

Ведет ли повторение игры к выработке итеративного поведения?

Рассмотрим пример известной игры “дилемма заключенного”. У каждого из игроков есть две стратегии поведения: кооперативная (К) и эгоистичная (Э). Матрица выигрышей:

5,5	1,6
6,1	2,2

Пусть эта игра повторяется N раз с участием одних и тех же двух игроков. Считаем, что игра многошаговая с полной информацией. Можно ли здесь ожидать кооперативное поведение?

Решаем эту игру методом последовательного исключения доминируемых стратегий.

Рассмотрим игру в последнем повторении (продолжения игры больше не будет).

Утверждение: любая стратегия, в которой игроку предлагается выбрать кооперативное поведение, является доминируемой, т.к. ее доминирует стратегия эгоистичного поведения. Опираясь на предыдущее утверждение, в предпоследнем повторении будет аналогичная ситуация - игроки будут играть эгоистично. По индукции мы получаем, что, исключая слабо доминируемые стратегии, остаются стратегии эгоистичного поведения.

Таким образом, игра индивидуального принятия решений не приводит к хорошему исходу.

В реальной жизни игроки точно не знают, продлится ли игра или закончится.

Пример реального взаимодействия:

- сотрудники на работе
- соседи

Для описания таких игр используют дисконтированные выигрыши:

- $p_1 = 1 - d$ - с такой вероятностью игра заканчивается после очередного периода
- $p_2 = d$ - с такой вероятностью игра продолжается

В 1980х годах Axelrod R. организовал несколько турниров компьютерных программ, моделировавших различные стратегии поведения в повторяющейся игре “Дилемма заключенного”. В турнире приняли участие 62 стратегии, предложенные исследователями из 6 стран. Итог оценивался по среднему выигрышу. Победила стратегия “Tit for Tat”(“око за око”): выбор стратегии зависел от выбора противника. Т.е. начинать надо с кооперативного поведения, а с каждым последующим повторением выбирать те стратегии, которые выбрал партнер: если партнер сыграл кооперативно, то и игрок кооперативно, если партнер сыграл эгоистично, то и игрок эгоистично. В результате эксперимента выживали стратегии, которые при взаимодействии друг с другом порождали кооперативное поведение, а против эгоистов вырабатывали эгоистичное поведение. Недостаток стратегии “око за око” - она не устойчива к ошибкам игроков.

- В работе Зигмунда рассматриваются стратегии, учитывающие лишь поведение партнера в предыдущем повторении, но допускающие случайный выбор собственного варианта поведения.

p^k - вероятность выбора кооперативного поведения в ответ на кооперативное поведение партнера

p^3 - вероятность выбора кооперативного поведения в ответ на эгоистичное поведение партнера

В данном случае победителем является стратегия “**generous Tit for Tat**” ($p^k = 1$, $p^3 = 1/3$), прощающая эгоистичное поведение партнера с указанной вероятностью.

Позднее рассматривались стратегии, где выбор зависел как от поведения партнера, так и от собственного поведения на предыдущем повторении. На этот раз лучшей стратегией оказалась “**Win-Stay, Lose-Shift**” (WSLS). Согласно ей игрок использует прежний вариант поведения, если получил в последнем повторении хороший выигрыш, и меняет поведение, если выигрыш был плохим. Такая стратегия позволяет эффективно устранять последствия случайных ошибок.

Пример. Возьмем матрицу выигрышей из “дилеммы заключенного”. Пусть произошло случайное отклонение от состояния равновесия, например, (1,6). Тогда по WSLS меняем стратегию и попадаем в (2,2). Получается, что и мы, и партнер оказались в плохой ситуации, по WSLS и партнер, и мы меняем стратегию и попадаем в (5,5).

Отметим также, что стратегия WSLS эффективна против эгоиста. В данном случае будут чередоваться исходы (1,6) и (2,2), и в среднем эгоист будет проигрывать по сравнению с кооперативным поведением

$$\frac{(1,6)+(2,2)}{2} < (5,5)$$

Идея всех экспериментов - в процессе отбора, в процессе эволюции, в повторяющейся игре в “дилемме заключенного” отбираются кооперативные стратегии.

Рассмотрим повторяющиеся игры с полной информацией (учитывалось все, что происходило в предыдущий период):

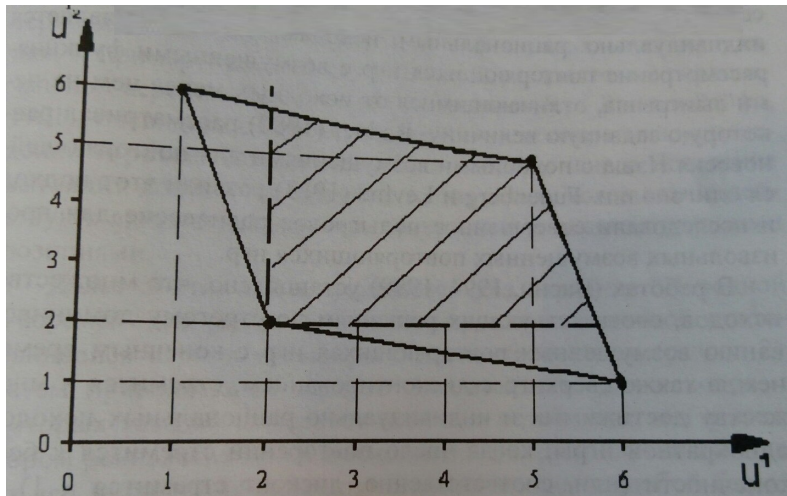
дисконтированный выигрыш

средний выигрыш за T повторений

Народная теорема (Folk theorem)

Имеется исходная игра Γ , рассмотрим для этой игры множество всех исходов, которые могут быть реализованы в повторяющейся игре.

Задача. Какие исходы можно получить в биматричной игре, если берутся средние выигрыши за T повторений, $T \rightarrow \infty$?



Ответ: Любой исход из выпуклой оболочки множества исходов игры - множество **достижимых** исходов.

Теорема Каратеодори. В m -мерном пространстве каждую точку выпуклой оболочки можно реализовать в виде выпуклой комбинации не более $(m+1)$ точки.

Исход называется **индивидуально рациональным**, если $w_i \geq \min_{x^i} \max_{f_i(x)}$

$$x^{Ai} \quad x^i$$

1 Народная теорема: Рассмотрим множество достижимых и индивидуально рациональных исходов в повторяющейся игре. Любой точке - индивидуально рациональному и достижимому исходу - соответствует точка равновесия Нэша в повторяющейся игре.

Совершенное подыгровое равновесие(СПР) - такой набор стратегий, что с какой бы позиции игры мы ни начали, мы получим равновесие Нэша.

Теорема. Каждый исход может быть реализован как ε -равновесие в строго доминирующих стратегиях.

Здесь тезис “Повторение ведет к кооперации” не подтверждается.